

## Прогнозирование индекса производительности труда по Центральному федеральному округу

М.М. Цвиль<sup>1</sup>, А.В. Нестерова<sup>2</sup>

<sup>1</sup> *Российская таможенная академия (Ростовский филиал), Ростов-на-Дону*  
<sup>2</sup> *Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону*

**Аннотация:** В данной работе строится регрессионная модель индекса производительности труда от динамики инвестиций в основной капитал по Центральному федеральному округу. Модель регрессии по временным рядам построена с использованием метода отклонения от тренда. По полученной эконометрической модели делается прогноз индекса производительности труда на последующие периоды.

**Ключевые слова:** эконометрическая модель, прогнозирование, индекс производительности труда, инвестиции, регрессия, временной ряд, тенденция.

Одним из важнейших показателей экономического развития является производительность труда. В качестве основного и определяющего вектора развития нашей страны согласно майскому Указу Президента РФ от 7 мая 2018 г. №204 "О национальных целях и стратегических задачах развития Российской Федерации на период до 2024 года" выбран приоритетным рост производительности труда. Производительность труда оказывает влияние на развитие общества и уровень благосостояния населения [1]. Увеличение производительности труда требует изучения влияния всех факторов, от которых зависит повышение индекса производительности труда.

Актуальность проблемы повышения производительности труда повлияла на выбор цели исследования – определить факторы, наиболее влияющие на рост производительности труда с целью построения модели и прогнозирования производительности труда. Для обоснования факторов использовались экономико – статистические методы, которые позволяют строить модели изучаемых процессов, оценивать их параметры и прогнозировать развитие изучаемого явления [2,3].

В статье [4] с помощью эконометрического моделирования осуществляется подбор экзогенных переменных, оказывающих наибольшее влияние на индекс производительности труда (эндогенную переменную) в

---

РФ в целом и в ее отдельных округах. В настоящее время недостаточно освещены формы связей между производительностью труда и факторами, на нее влияющими [5,6].

Перебирая многочисленные варианты, авторы статьи [4] делают вывод о существенном влиянии на индекс производительности труда в РФ и ее округах динамики инвестиций в основной капитал.

Цель данной работы заключается в получении эконометрической модели [7], которая позволит сделать прогноз индекса производительности труда от динамики инвестиций по Центральному федеральному округу (ЦФО) на последующие периоды.

Для моделирования по рядам динамики индекса производительности труда и динамики инвестиций в основной капитал в ЦФО будем использовать данные, приведенные на сайте официальной статистики России в настоящее время [8].

Таблица №1

Данные индекса производительности труда и динамики инвестиций в  
Центральном федеральном округе

Годы	Средний индекс производительности труда, %, у	Динамика инвестиций в основной капитал, %, х
2008	105,67	106,900
2009	96,22	82,100
2010	104,21	104,400
2011	107,09	107,172
2012	104,35	112,925
2013	103,39	105,200
2014	102,57	102,800
2015	101,66	94,100
2016	101,05	98,700
2017	102,3	108,401
2018	103,08	111,7

При построении регрессионных моделей по данным рядам динамики  $y(t)$  и  $x(t)$ , требуется определить наличие тенденции в каждом из этих рядов. Если в каждом из этих рядов есть определенная тенденция, то при

построении модели регрессии надо ее исключить. В противном случае, зависимость может быть установлена там, где её на самом деле нет.

Для построения регрессии, используя метод отклонений от тренда, будем следовать такому алгоритму:

1) Для каждого временного ряда определим уравнение тренда  $\hat{y}_t, \hat{x}_t$ .

2) По каждому из рядов найдём остаточные величины:

$$dy = y_t - \hat{y}_t, dx = x_t - \hat{x}_t.$$

3) Строим модель регрессии  $dy = f(dx)$ .

Используя таблицу 2, построим эконометрические модели этих временных рядов. Обычно уровень динамического ряда представляется как функция трех компонентов: трендового компонента, сезонного компонента и случайного компонента [9,10]. Эти компоненты необязательно присутствуют в модели уровня каждого ряда. Большинству динамических рядов в экономике присущи тенденция (тренд) и случайные колебания.

Таблица № 2

Ряды динамики  $x(t), y(t)$

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
x	82,1	94,1	98,7	102,8	104,4	105,2	106,9	107,17	108,40	111,7	112,92
y	96,22	101,66	101,05	102,57	104,21	103,39	105,67	107,09	102,3	103,08	104,35

Используя данные таблицы 2, изобразим графически временной ряд  $x(t)$  (рис.1). После того как график построен, на диаграмме отобразим уравнение регрессии и коэффициент детерминации с помощью команды: *Добавить линию тренда*.

После того, как график построен, выделим область построения диаграммы. Используя команду *Добавить линию тренда*, получим уравнение тренда в виде полинома второй степени:

$$\hat{x}_t = 80,78 + 6,05t - 0,3t^2 \quad (1)$$

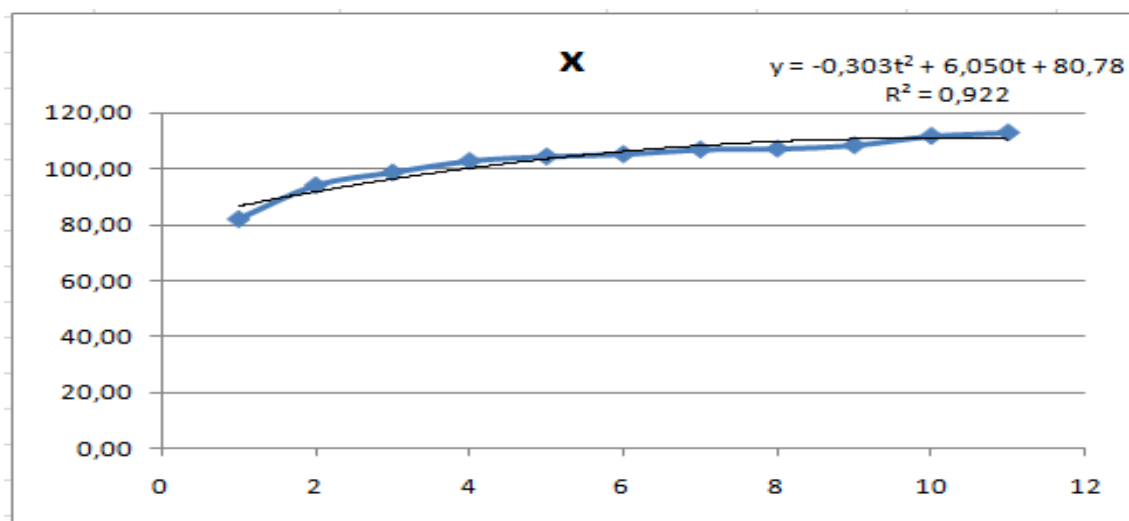


Рис. 1. –График временного ряда  $x(t)$

После того, как график построен, выделим область построения диаграммы. Используя команду *Добавить линию тренда*, получим уравнение тренда в виде полинома второй степени:

$$\hat{x}_t = 80,78 + 6,05t - 0,3t^2 \quad (1)$$

Используя возможности приложения Excel, представим статистику для модели (1) на рис.2.

	A	B	C	D	E	F
1	ВЫВОД ИТОГОВ					
2						
3	<i>Регрессионная статистика</i>					
4	Множественный R	0,960424541				
5	R-квадрат	0,922415299				
6	Нормированный R-квадрат	0,903019124				
7	Стандартная ошибка	2,745343125				
8	Наблюдения	11				
9						
10	<i>Дисперсионный анализ</i>					
11		<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Значимость F</i>
12	Регрессия	2	716,8588647	358,4294323	47,55655646	3,6233E-05
13	Остаток	8	60,29527098	7,536908873		
14	Итого	10	777,1541357			
15						
16		<i>Коэффициенты</i>	<i>Стандартная ошибка</i>	<i>t-статистика</i>	<i>P-Значение</i>	<i>Нижние 95%</i>
17	Y-пересечение	80,78681882	3,014957526	26,79534227	4,04965E-09	73,83431431
18	t	6,050719742	1,154752401	5,239841662	0,000783442	3,387855932
19	t <sup>2</sup>	-0,3035661	0,093724469	-3,23892046	0,011896857	-0,519695113

Рис. 2. –Статистика, полученная программой «Регрессия» в Excel

Вычислив коэффициент автокорреляции, приходим к выводу, что в остатках она отсутствует ( $d=2,96$ ).

На рис.3 приведем графики фактических значений инвестиций в основной капитал  $x(t)$  и предсказанных по модели (1).

Используя данные таблицы 2, обратимся к эконометрическому моделированию временного ряда  $y(t)$ . Для построения модели ряда воспользуемся графическим представлением этого ряда (рис.4).

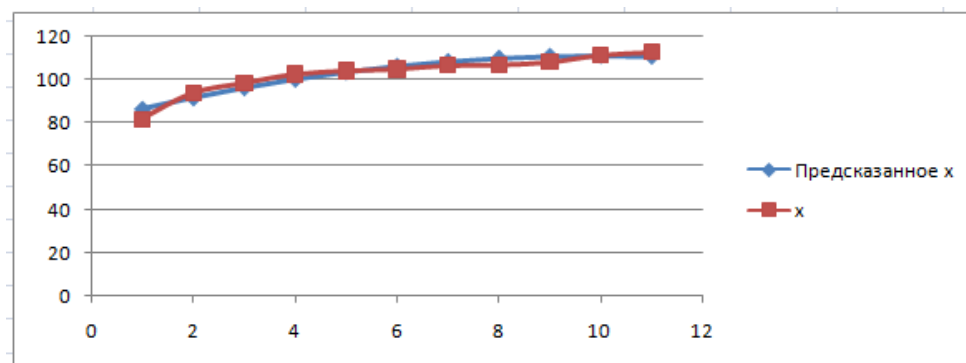


Рис. 3. –Графики  $x(t)$  и  $\hat{x}(t)$

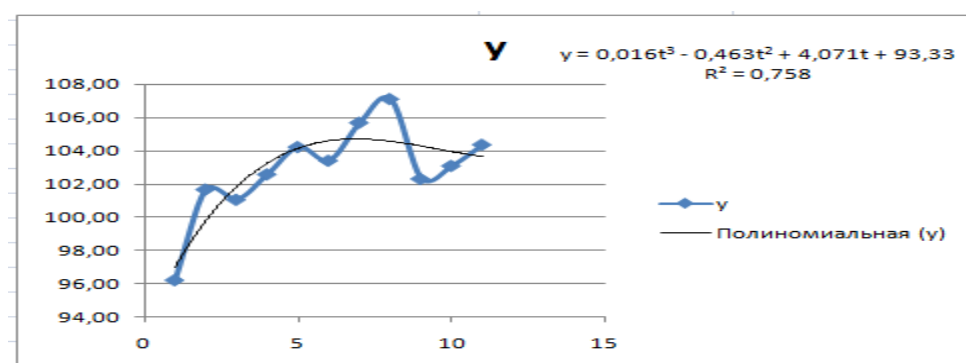


Рис. 4. –График индекса производительности труда  $y(t)$

Анализируя рис.4, приходим к выводу, что эконометрическая модель временного ряда  $y(t)$  - полином третьей степени с коэффициентом детерминации  $R^2=0,758$ .

$$\hat{y}_t = 93,33 + 4,071 \cdot t - 0,463 \cdot t^2 + 0,016 \cdot t^3, \quad (2)$$

Изучая дисперсионный анализ модели (2) и рис.4, стараемся улучшить модель. Для этого используем фиктивные переменные  $z$ , принимающие значения, состоящие из 0 и 1. Применив замену переменных и многократно воспользовавшись программой «Регрессия» из Пакета анализа MSExcel,

после попыток использования различных фиктивных переменных приходим к значимому уравнению регрессии:

$$\hat{y}_t = 91,13 + 5,69 \cdot t - 0,85 \cdot t^2 + 0,04 \cdot t^3 + 2,23 \cdot z_2 + 2,61 \cdot z_7 + 4,3 \cdot z_8, \quad (3)$$

где  $z_2 = (0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)$ ;  $z_7 = (0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0)$ ;  $z_8 = (0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0)$ .

Итоги регрессионной статистики модели (3) выведены на рис.5. В остатках автокорреляция отсутствует.

Представим теперь графики улучшенной модели  $\hat{y}_t$  и  $y(t)$  на рис.6.

	A	B	C	D	E	F
1	ВЫВОД ИТОГОВ					
2						
3	Регрессионная статистика					
4	Множественный R	0,991083293				
5	R-квадрат	0,982246094				
6	Нормированный R-квадрат	0,955615236				
7	Стандартная ошибка	0,59350632				
8	Наблюдения	11				
9						
10	Дисперсионный анализ					
11		df	SS	MS	F	Значимость F
12	Регрессия	6	77,95376463	12,9922941	36,88375661	0,001846737
13	Остаток	4	1,408999006	0,352249752		
14	Итого	10	79,36276364			
15						
16		Коэффициенты	Стандартная ошибка	t-статистика	P-Значение	Нижние 95%
17	Y-пересечение	91,12681309	1,101742353	82,71154583	1,28075E-07	88,06788592
18	t	5,691997698	0,771927836	7,373743288	0,001802773	3,548782437
19	t^2	-0,849561564	0,154963999	-5,482315686	0,005390392	-1,279810601
20	t^3	0,04000202	0,008842679	4,52374439	0,010627914	0,015450807
21	z2	2,227421611	0,706599325	3,152312111	0,034437397	0,265587373
22	z7	2,607026736	0,724853314	3,596626634	0,022826607	0,5945113
23	z8	4,318111089	0,753037965	5,734254168	0,004580884	2,227342517

Рис. 5. –Статистика по модели (3)

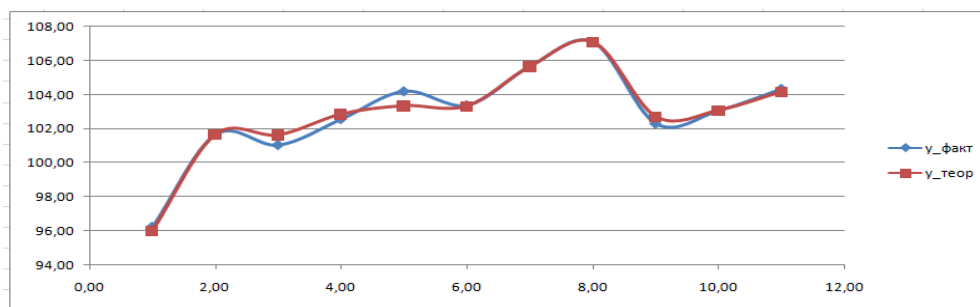


Рис. 6. –Графики фактических значений  $y(t)$  и предсказанных

Убедимся, что в каждом из рядов  $x(t)$ ,  $y(t)$  наблюдается тенденция, что говорит о завышении результатов регрессионно-корреляционного анализа. Поэтому, в данном случае рекомендуется строить регрессионную модель по остаточным величинам. Используем метод отклонений от тренда, согласно

указанному выше алгоритму. Он является более предпочтительным для исключения тенденций. Согласно алгоритму, вычислим  $dy = y_t - \hat{y}_t$  и  $dx = x_t - \hat{x}_t$  (таблица 3).

Таблица № 3

Остаточные величины  $dy, dx$

dy	0,21	0,00	-0,59	-0,29	0,86	0,05	0,00	0,00	-0,40	-0,01	0,17
dx	-4,43	2,43	2,49	2,67	0,95	-0,96	-1,37	-2,59	-2,25	0,76	2,31

Применим к рядам  $dy, dx$  метод наименьших квадратов. Получим регрессионную модель вида:

$$dy = -0,29 + 0,3dx \quad (4)$$

Улучшим модель (4), применяя фиктивные переменные. Тогда уравнение регрессии будет вида (5):

$$\widehat{dy} = -0,03 - 0,04 \cdot dx - 0,47 \cdot z_3 + 0,93 \cdot z_7 + 0,29 \cdot z_8 - 0,45 z_{10} \quad (5)$$

где  $z_3 = (0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)$ ;  $z_7 = (0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0)$ ;  $z_8 = (0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0)$ ;  $z_{10} = (0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0)$ .

Для модели (5) имеем коэффициент детерминации  $R^2 = 0,96$ . Качество модели демонстрирует рис.7.

	A	B	C	D	E	F
1	Вывод итогов					
2						
3	<i>Регрессионная статистика</i>					
4	Множественный R	0,980640915				
5	R-квадрат	0,961656604				
6	Нормированный R-квадрат	0,923313208				
7	Стандартная ошибка	0,103947878				
8	Наблюдения	11				
9						
10	Дисперсионный анализ					
11		<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Значимость F</i>
12	Регрессия	5	1,3549732	0,27099464	25,08011041	0,001500189
13	Остаток	5	0,054025807	0,010805161		
14	Итого	10	1,408999006			
15						
16		<i>Коэффициенты</i>	<i>Стандартная ошибка</i>	<i>t-статистика</i>	<i>P-значение</i>	<i>Нижние 95%</i>
17	Y-пересечение	-0,027442516	0,040118206	-0,684041449	0,524357417	-0,130569647
18	dx	-0,043777789	0,016232507	-2,696921072	0,042941788	-0,085504776
19	z3	-0,472989175	0,114712382	-4,123261725	0,0091448	-0,767866741
20	z7	0,930961032	0,113586061	8,196085192	0,00043993	0,638978767
21	z8	0,294116806	0,120132773	2,448264519	0,058060205	-0,014694318
22	z10	-0,450220991	0,121282105	-3,712179883	0,013823634	-0,761986568

Рис. 7. – Статистика по модели (5)

Построенную эконометрическую модель (5) будем использовать в прогнозировании. Выявляем в данной модели отсутствие автокорреляции остатков. Тогда можно для прогноза на 2019 год использовать уравнение вида:

$$y_p = \hat{y}_{t=12} - 0,03 - 0,04 \cdot (x_p - \hat{x}_{t=12}). \quad (6)$$

где  $\hat{y}_{t=12} = \hat{y}_t = 91,13 + 5,69 \cdot 12 - 0,85 \cdot 144 + 0,04 \cdot 1728 = 106,13$

$\hat{x}_{t=12} = 80,78 + 6,05 \cdot 12 - 0,3 \cdot 12^2 = 110,18$

$x_p = 115$  (см. [4]).

$y_p = 106,13 - 0,03 - 0,04 \cdot (115 - 110,18) = 105,91,$

Полученная модель характеризует изменение индекса производительности труда от динамики инвестиций в основной капитал. Результат данного исследования позволяет использовать полученную модель (6) для прогнозирования индекса производительности труда по Центральному федеральному округу (ЦФО) на последующие периоды. Проведенные исследования показали, как качественный прогноз зависит от качественного прогноза фактора  $x$  и трендовых моделей.

Исследование представляет интерес, благодаря актуальности темы. Прогнозирование величин по построенной модели имеет большую практическую значимость для науки.

### Литература

1. Лядова Е. В. Анализ динамики производительности труда в России: макроэкономический аспект // Вестник Нижегородского университета им. Н.И.Лобачевского. Серия: Социальные науки, 2017, №1(45). URL: [cyberleninka.ru/article/n/analiz-dinamiki-proizvoditelnosti-truda-v-rossii-makroekonomicheskiy-aspekt](http://cyberleninka.ru/article/n/analiz-dinamiki-proizvoditelnosti-truda-v-rossii-makroekonomicheskiy-aspekt).

2. Цвиль М. М., Шумилина В. Е., Нестерова А. В. Эконометрический анализ валового внутреннего продукта на душу населения в Российской



Федерации // Инженерный вестник Дона, 2018, №1. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2018/4749.

3. Цвиль М.М., Колесникова И.В. Эконометрический анализ инвестиционных проектов Ростовской области // Инженерный вестник Дона, 2016, №2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2016/3591.

4. Цвиль М. М., Шуმიлина В.Е. Статистическое моделирование и прогнозирование индекса производительности труда в Российской Федерации // Вестник Евразийской науки, 2019, №1 URL: esj.today/PDF/63ECVN119.pdf.

5. Ворокова Н. Х., Сенникова А. Е. Методы и модели анализа и прогнозирования производительности труда // Научное и образовательное пространство: перспективы развития: материалы II Междунар. науч.-практ. конф. Чебоксары: ЦНС «Интерактив плюс», 2016. С. 375-381.

6. Баканач О.В., Лопухова Я.С. Статистическое моделирование индекса производительности труда в РФ // Наука XXI века: актуальные направления развития. 2020. № 1. С. 234-238.

7. Елисеева И. И. Эконометрика. М.: Юрайт, 2012. 453 с.

8. Официальная статистика России. URL: gsk.ru.

9. Greene W.N. Econometric Analysis. New Jersey: Prentice Hall, 2002. 272p.

10. Baltagi V.H. Econometric Analysis of Panel Data. Chichester: John Wiley & Sons, Ltd, 2005. 356p.

### References

1. Lyadova E. V. Vestnik Nizhegorodskogo universiteta im. N.I. Lobachevskogo. Seriya: Social`ny`e nauki, 2017, №1 (45). URL: cyberleninka.ru/article/n/analiz-dinamiki-proizvoditelnosti-truda-v-rossii-makroekonomicheskiy-aspekt.

---



2. Czvil` M. M., Shumilina V. E., Nesterova A. V. Inzhenernyj vestnik Dona, 2018, №1. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2018/4749](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2018/4749).
3. Czvil` M.M., Kolesnikova I.V. Inzhenernyj vestnik Dona, 2016, №2. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2016/3591](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2016/3591).
4. Czvil` M. M., Shumilina V.E. Vestnik Evrazijskoj nauki, 2019, №1. URL: [esj.today/PDF/63ECVN119.pdf](http://esj.today/PDF/63ECVN119.pdf).
5. Vorokova N. X., Sennikova A. E. Nauchnoe i obrazovatel`noe prostranstvo: perspektivy` razvitiya: materialy` II Mezhdunar. nauch.-prakt. konf. Cheboksary`: CzNS «Interaktivplyus», 2016. pp. 375-381.
6. Bakanach O.V., Lopouxova Ya.S. Nauka XXI veka: aktual`ny`e napravleniya razvitiya. 2020. № 1. pp. 234-238.
7. Eliseeva I. I. E`konometrika [Econometrica]. M.: Yurajt, 2012. 453 p.
8. Oficial`naya statistika Rossii [Official statistics of Russia]. URL: [www.gsk.ru](http://www.gsk.ru).
9. Greene W.N. Econometric Analysis. New Jersey: Prentice Hall, 2002. 272 p.
10. Baltagi B.H. Econometric Analysis of Panel Data. Chichester: John Wiley & Sons, Ltd, 2005. 356 p.